





Department of Mathematics Faculty of Science, Chiang Mai University

## Conference on RECENT TRENDS IN **ALGEBRA AND RELATED TOPICS**

January 19-20, 2023 via Application Zoom



Transformation Semigroups Never Die: Magnifying elements in transformation semigroups



รศ.ดร.รณสรรพ์ ชินรัมย์



Division of Computational Science, Faculty of Science Prince of Songkla University











เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เข้าศึกษาดูงาน

เรียน หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ

ด้วยภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น กำหนดจัดโครงการ ศึกษาดูงานและแลกเปลี่ยนเรียนรู้การบริหารจัดการองค์กรเพื่อการจัดทำแผนปฏิบัติการ ประจำปี งบประมาณ พ.ศ. ๒๕๖๑ ระหว่างวันที่ ๒๐ พฤษภาคม ๒๕๖๐ ถึงวันที่ ๒๓ พฤษภาคม ๒๕๖๐ ณ จังหวัดสงขลา และจังหวัดสตูล รายละเอียดตามโครงการที่แนบมาพร้อมนี้

ในการนี้ ภาควิชาคณิตศาสตร์พิจารณาแล้วเห็นว่าภาควิชาทั้งสองมีภารกิจที่คล้ายคลึงกัน คือการผลิตบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์ และให้บริการสอนวิชาพื้นฐานให้กับคณะต่าง ๆ จึงใคร่ขอ ความอนุเคราะห์เข้าศึกษาดูงานที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ ในวันที่ ๒๒ พฤษภาคม ๒๕๖๐ เวลา ๑๔.๐๐-๑๖.๐๐ น. เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนางานของภาควิชาคณิตศาสตร์ ในการขับเคลื่อนองค์กรไปสู่นโยบายของคณะและ มหาวิทยาลัยต่อไป โดยมีหัวข้อของการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ดังนี้









การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 22 ประจำปี พ.ศ. 2560

### The 22nd Annual Meeting in Mathematics

ระหว่างวันที่ 2- 4 มิถุนายน 2560







ALG-19

Panuwat Luangchaisri

Magnifying Elements on Partial Transformation Semigroups

04-Jun-17

8.40-9.00

San Pa Teung







Magnifying elements of transformation semigroups

Magill Jr., K.D.

1994

Semigroup Forum 48(1), pp. 119-126





Magnifying elements on  $\Gamma$ -semigroups

Chinram, R.

2013 Far East Journal of Mathematical Sciences 83(1), pp. 65-73





## zbMATH — Open

### THE FIRST RESOURCE FOR MATHEMATICS

### Kemprasit, Yupaporn; Chinram, Ronnason

O-minimal quasi-ideals of generalized linear transformation semigroups. (English) Zbl 1032.20042 Commun. Algebra 31, No. 10, 4765-4774 (2003).

Let V and W be vector spaces over a field F. For a cardinal number k>0, let  $L_F(V,W,k)$  denote the collection of all linear transformations from V to W with rank less than k. Fix a linear transformation  $\theta$  from W to V and define an associative multiplication \* on  $L_F(V,W,k)$  by  $\alpha*\beta=\alpha\theta\beta$ . Denote this semigroup by  $(L_F(V,W,k),\theta)$ . In the main result, the authors characterize the 0-minimal quasi-ideals of  $(L_F(V,W,k),\theta)$  and a corollary to this result is the fact that every nonzero semigroup of the form  $(L_F(V,W,k),\theta)$  contains a 0-minimal quasi-ideal.

Reviewer: Kenneth D.Magill (Buffalo)







### Dolinka, Igor; East, James

Semigroups of rectangular matrices under a sandwich operation. (English) Zbi 1414.20021 Semigroup Forum 96, No. 2, 253-300 (2018).

Let  $\mathcal{M}_{mn}=\mathcal{M}_{mn}(\mathbb{F})$  denote the set of all  $m\times n$  matrices over a field  $\mathbb{F}$ , and fix some  $n\times m$  matrix  $A\in\mathcal{M}_{nm}$ . An associative operation  $\star$  may be defined on  $\mathcal{M}_{mn}$  by  $X\star Y=XAY$  for all  $X,Y\in\mathcal{M}_{mn}$ , and the resulting s and s and s denoted  $\mathcal{M}_{mn}^A=M_{mn}^A(\mathbb{F})$ . These semigroups are closely related to Munn rings, which are fundamental tools in the representation theory of finite semigroups. The authors study  $\mathcal{M}_{mn}^A$  as well as its subsemigroups  $\operatorname{Reg}(\mathcal{M}_{mn}^A)$  and  $\mathcal{E}_{m}^A$  (consisting of all regular elements and products of idempotents, respectively), and the ideals of  $\operatorname{Reg}(\mathcal{M}_{mn}^A)$ . They develop a general theory of sandwich semigroups in partial semigroups, extending certain important semigroup theoretic notions to the more general context. They characterise the regular elements, determine Green's relations and preorders, calculate the minimal number of matrices (or idempotent matrices, if applicable) required to generate each semigroup they consider, and classify the isomorphisms between finite sandwich semigroups  $\mathcal{M}_{mn}^A(\mathbb{F}_1)$  and  $\mathcal{M}_{kl}^B(\mathbb{F}_2)$ . They develop a general theory of sandwich semigroups in a suitably defined class of s partial semigroups related to Ehresmann-style "arrows only" categories; this framework will be useful in studies of sandwich semigroups in other categories. These results have applications to the s variants s of the full linear monoid s (in the case s s), and to certain semigroups of linear transformations of restricted range or kernel (in the case that rank(s) is equal to one of s, s).

Reviewer: Ronnason Chinram (Hat Yai)







## Transformation semigroup

From Wikipedia, the free encyclopedia

In algebra, a transformation semigroup (or composition **semigroup**) is a collection of transformations (functions from a set to itself) that is closed under function composition. If it includes the identity function, it is a monoid, called a **transformation** (or **composition**) **monoid**. This is the semigroup analogue of a permutation group.







### Full transformation semigroup

The set of all transformations of *X* under composition forms a semigroup called the full transformation *semigroup* of *X*.

### Partial transformation semigroup

The set of all partial transformations of *X* under composition forms a semigroup called the *partial* transformation semigroup of X.







### Linear transformation semigroup

Let V be a vector space over a field F.

$$L(V) = \{ \alpha \mid \alpha : V \to V \text{ is a linear transformation} \}$$

It is known that L(V) is a semigroup under the composition of function and it is called the *linear transformation semigroup* on V over F.

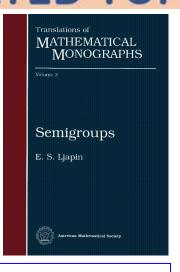






### Magnifying elements of semigroups

(E.S. Ljapin, 1963)



An element a of a semigroup S is called a left magnifying element of S if there exists a proper subset M of S such that aM = S.

An element a of a semigroup S is called a right magnifying element of S if there exists a proper subset M of S such that Ma = S.







Magnifying elements of transformation semigroups

Magill Jr., K.D.

1994

Semigroup Forum 48(1), pp. 119-126

f is a right magnifying element of T(X) if and only if f is onto but not one-to-one.

f is a left magnifying element of T(X) if and only if f is one-to-one but not onto.







วารสารวิชชา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช 62

เงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอสำหรับการแปลงเชิงเส้นขยายซ้ายและขยายขวา Necessary and Sufficient Conditions for Left Magnifying and Right Magnifying Linear Transformations

รณสรรพ์ ชินรัมย์ $^{^{1}*}$  ศรายุธ มั่นคงวิวัฒน์ $^{^{1}}$  และ สำรวม บัวประดิษฐ์ $^{^{2}}$ Ronnason Chinram<sup>1\*</sup>, Sarayut Mankongwiwat<sup>1</sup> and Samraum Baupradist<sup>2</sup>

วารสารวิชชา ฉบับ 37 ปี 2018 (มกราคม**-**มิถุนายน 2561) หน้า 62 - 68





### การอภิปรายผลการวิจัย สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

ในบทความนี้ ได้พิสูจน์เงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอของการที่การแปลงเชิงเส้นจะเป็นการ แปลงเชิงเส้นขยายซ้ายและการแปลงเชิงเส้นขยายขวา

- 1. f เป็นการแปลงเชิงเส้นขยายซ้าย ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันทั่วถึงแต่ไม่หนึ่งต่อหนึ่ง
- 2. f เป็นการแปลงเชิงเส้นขยายขวา ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งแต่ไม่ทั่วถึง

ซึ่งการพิสูจน์ใช้เพียงสมบัติของปริภูมิเวกเตอร์และการแปลงเชิงเส้นเท่านั้นและมีความแตกต่างกับ การพิสูจน์โดย Magill, Jr. ซึ่งมีความซับซ้อนและมีความเป็นนามธรรมกว่ามากและเหมาะกับผู้ที่มี ความรู้ทางด้านทฤษฎีกึ่งกรุป ผู้สนใจสามารถศึกษาการพิสูจน์ของ Magill, Jr. ได้ที่ (Magill, Jr. K. D., 1994)

สำหรับงานวิจัยสำหรับผู้สนใจที่จะต่อยอดงานวิจัยดังกล่าวสามารถทำได้ โดยอาจพิจารณา การหาเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอสำหรับการแปลงเชิงเส้นขยายซ้ายและการแปลงเชิงเส้นขยายขวา ของกึ่งกรุปการแปลงเชิงเส้นอื่นๆ





Magnifying elements of semigroups of transformations with invariant set

Chinram, R., Baupradist, S.

Asian-European Journal of 2019 **Mathematics** 12(4),1950056

### Let Y be a fixed subset of a nonempty set X.

Let 
$$S(X,Y) = \{ f \in T(X) | (Y)f \subseteq Y \}.$$

We give necessary and sufficient conditions for elements in S(X,Y) to be left or right magnifying.

- (1) f is right magnifying if and only if f is onto but not one-to-one and is such that  $(y)f^{-1} \cap Y \neq \emptyset$  for all  $y \in Y$ .
- (2) If Y = X, then f is right magnifying if and only if f is onto but not one-to-one.
- (3) f is left magnifying if and only if f is one-to-one but not onto and is such that  $(y)f^{-1} \subseteq Y$  for all  $y \in Y \cap im f$ .
- (4) If Y = X, then f is left magnifying if and only if f is one-to-one but not onto.





Magnifying elements in a semigroup of Chinram, R., 2018 Missouri Journal of Mathematical Sciences transformations with restricted range Baupradist, S. 30(1), pp. 54-58

### Let Y be a fixed subset of a nonempty set X.

$$T(X,Y) = \{ f \in T(X) \mid ran f \subseteq Y \}.$$

**Theorem 2.3.** A function f in T(X,Y) is right magnifying if and only if f is onto but not one-to-one and is such that  $(y)f^{-1} \cap Y \neq \emptyset$  for all  $y \in Y$ and  $|(y)f^{-1} \cap Y| > 1$  for some  $y \in Y$ .

**Corollary 2.4.** Let  $f \in T(X)$ . Then f is right magnifying in T(X) if and only if f is onto but not one-to-one.

**Lemma 3.1.** Suppose |Y| < |X|, then T(X,Y) has no left magnifying element.

**Theorem 3.4.** Assume |X| = |Y| and  $Y \neq X$ . Then f is left magnifying of T(X,Y) if and only if f is one-to-one.







### EUROPEAN JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS

Vol. 11, No. 3, 2018, 580-588 ISSN 1307-5543 – www.ejpam.com Published by New York Business Global

Left and right magnifying elements in generalized semigroups of transformations by using partitions of a set

Ronnason Chinram<sup>1,4</sup>, Pattarawan Petchkaew<sup>2</sup>, Samruam Baupradist<sup>3,\*</sup>







COMMUNICATIONS IN ALGEBRA® 2021, VOL. 49, NO. 7, 3176-3191 https://doi.org/10.1080/00927872.2021.1890104





### Left and right magnifying elements in some generalized partial transformation semigroups

Ronnason Chinram<sup>a</sup> (i), Samruam Baupradist<sup>b</sup>, Naveed Yaqoob<sup>c</sup>, and Pattarawan Petchkaew<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Algebra and Applications Research Unit, Division of Computational Science, Faculty of Science, Prince of Songkla University, Hat Yai, Songkhla, Thailand; <sup>b</sup>Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science, Chulalongkorn University, Bangkok, Thailand; <sup>c</sup>Department of Mathematics and Statistics, Riphah International University, Islamabad, Pakistan; dMathematics Program, Faculty of Science and Technology, Songkhla Rajabhat University, Songkhla, Thailand

### **ABSTRACT**

An element a of a semigroup S is called left [right] magnifying if there exists a proper subset M of S such that S = aM [S = Ma]. Let P(X) be a semigroup of all partial transformations on a set X under the composition of maps. A number of results concerning the necessary and sufficient conditions for elements in some interesting generalized semigroups of partial transformations to be left or right magnifiers are presented.

### ARTICLE HISTORY

Received 3 May 2018 Revised 5 January 2021 Communicated by J. Zhang

### KEYWORDS

Left [right] magnifying elements; partial transformations preserving partitions; partial transformation semigroups; partial transformations with invariant set; partial transformations with restricted range





On magnifying elements in E-preserving partial transformation semigroups

Kaewnoi, T., Petapirak, M., Chinram, R.

Mathematics, 2018, 6(9), 160

Magnifiers in some generalization of the full transformation semigroups

Kaewnoi, T., Petapirak, M., Chinram, R.

Mathematics, 2020, 8(4), 473

On magnifying elements in transformation semigroups with a fixed point set

Petapirak, M., Kaewnoi, T., Chinram, R.

**Thai Journal of Mathematics**, 2020, 18(3), pp. 1041–1049





Magnifying Elements in Semigroups of Fixed Point Set Transformations Restricted by an Equivalence Relation Kaewnoi, T., Chinram, R., Petapirak, M.

Journal of Mathematics, 2021, 2021, 4332094

MAGNIFYING ELEMENTS IN THE MONOID OF ALL PARTIAL
TRANSFORMATIONS PRESERVING AN EQUIVALENCE RELATION AND
A PARTITION

Petapirak, M., Chinram, R., Kaewnoi, T., Iampan, A.

International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2022, 18(1),





ขอขอบคุณ

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ผู้ฟังทุกท่าน